

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В КОМПЬЮТЕРНУЮ ЭРУ<sup>1</sup>

Шлык Владимир Александрович

БГПУ, Минск, Беларусь

E-mail: [vshlyk@bspu.unibel.by](mailto:vshlyk@bspu.unibel.by)

*Основным фактором, определяющим уровень образования народа, является уровень образования школьников, который, в свою очередь, прямо зависит от того, какие знания получают будущие учителя, нынешние студенты педагогических вузов. В статье обсуждаются проблемы подготовки учителей математики и информатики, связанные с изменением характера математической науки и требований жизни в период вступления человечества в компьютерную эру.*

*Ключевые слова: компьютер, вычисления, "чистая" и прикладная математика, компьютерно-образованные преподаватели*

*Дисциплины: математика, информатика, педагогика*

## КОМПЬЮТЕР И НОВАЯ МАТЕМАТИКА

О том, что появление компьютера коренным образом изменило жизнь, говорится едва ли не в каждой научно-популярной брошюре. Изменение условий жизни неизбежным образом повлекло изменение ее отражения в познавательной деятельности человечества – в науке. Об этом говорят меньше, но никто и не возражает. Компьютер стал мощным инструментом исследователя, его применяют для выполнения сложных расчетов, перебора вариантов, моделирования ситуаций и процессов, прогнозирования, обработки экспериментальных данных.

Во многих науках возникли и укрепились направления с определениями "математическая", "компьютерная", "вычислительная", в которых использование компьютера является обязательным "по определению". Однако более других наук изменилась сама математика, детищем которой компьютер и является, и математическое мировоззрение в целом. Говоря "более других", я имею в виду три аспекта:

---

<sup>1</sup> Статья является переработанным вариантом доклада, представленного на IV Международной конференции "Математика, компьютер, образование", Москва-Пушино, 1997. Она была сдана в журнал "Информатика и образование", принята в печать, но в связи с наступлением экономического кризиса ее публикация была отложена (видимо, до окончания кризиса) поскольку "она имеет слишком общий характер, а учителям, на которых ориентирован журнал, нужны конкретные рекомендации".

1. Для математиков, так же как и для ученых других специальностей, компьютер выполняет роль средства исследования. Однако, как ни странно это может показаться, математики оказались менее других готовы к расширению своих возможностей. На самом деле это неудивительно. Ученые-естественники всегда были экспериментаторами, в то время как арсенал технических средств, используемых математиками, долгое время исчерпывался вечным пером и столь же вечной логарифмической линейкой. В первую очередь ими ценились теоремы – "продукты чистого разума". Видимо, этим объясняется упорное желание некоторых математиков оставаться "чистыми", продолжая заниматься "вечными истинами". Примерно так же преподаватели математики предпочитают компьютеру мел и доску.

2. Еще более важно то, что с появлением компьютера математика изменилась по существу. Она стала более вычислительной, более конструктивной. Когда сейчас математику говорят, например, о разбиении многоугольника на треугольники, он обязательно спросит: "А как это сделать?". Когда же ему предложат метод решения той или иной задачи, он задумается: "А нельзя ли это сделать быстрее?". Можно сказать, что математика стала более алгоритмической, "накренилась" в сторону алгоритмов, причем алгоритмы рассматриваются теперь не иначе как в связи с их сложностью, а вместе с тем и со сложностью задач, для решения которых они предназначены. Теория сложности проникла даже в сугубо теоретические разделы математики. Среди докладов, представленных на последних всемирных математических конгрессах, значительная часть в той или иной степени касается вопросов сложности алгоритмов и задач. Дискретный по своему устройству компьютер возродил интерес к дискретной математике. В связи с этим и по многим другим затронутым аспектам я с удовольствием отсылаю читателя к замечательным работам И.М. Яглома "Компьютеры и современная культура", "Конечная алгебра, конечная геометрия и коды" и др. Отмечу лишь, что в силу высокого быстродействия компьютера резко возросло значение и повысился интерес к исследованию конечных систем.

3. Компьютер и вычислительные процессы – а вычислять сейчас можно почти все – стали не только средством, но и предметом исследований математиков. Появились и уже в достаточной степени оформились новые направления математики, связанные с изучением проблем, порожденных самими компьютерами. Это и задача изображения отрезка на растровом дисплее, и проблемы хранения больших объемов информации и очередности выполнения программ, и многие-многие другие. В докомпьютерную эру подобные вопросы просто не возникали, и соответствующие направления не существовали. Сейчас они составляют часть математики. Конечно же, мне можно возразить: "Эти направления относятся не к математике, а к информатике." Но где та грань, которая разделяет математику

и информатику? По выражению Д. Кнута, *информатика – это наука об алгоритмах, ориентированных на использование компьютера*. Следует ли тогда задачу о разложении числа на простые множители, или полинома на неприводимые многочлены, или конечной абелевой группы в прямую сумму циклических и примарных групп и многие другие отнести к информатике или, напротив, считать эти и другие появившиеся "компьютерные" задачи задачами математики, поскольку они решаются математическими методами? Я склоняюсь к последнему ответу – все это математика, – полагая в то же время, что это вопрос вкуса. Больше того, математика и информатика, если рассматривать последнюю действительно как науку, отбрасывая пользовательскую работу на ЭВМ и прочие прелести информатизации, по моему мнению, настолько глубоко проникли друг в друга, что их разделение становится все более условным.

### **СОСТОЯНИЕ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ: ЧТО ИЗМЕНИЛОСЬ?**

Какие же изменения произошли в математическом образовании в педвузах? Думаю, что в большинстве вузов ситуация примерно одинаковая. Математика по-прежнему делится на "чистую" и прикладную, причем изучается в основном "чистая", классическая математика. В общих курсах алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей алгоритмические вопросы затрагиваются примерно в той же мере, как 20 лет назад. Даже метод Монте-Карло вспоминается только в идейном плане. Сложностные аспекты алгоритмов обычно вовсе игнорируются. Несколько лучше обстоит дело с методами вычислений, но лишь потому, что в этой дисциплине без алгоритмов просто не обойтись.

Области прикладной математики существуют как бы отдельно, в дополнение к основному курсу или вовсе отсутствуют в программе обучения. Математическое программирование сведено к симплекс-методу. Комбинаторика, математическое моделирование, компьютерная алгебра, теория графов, теория кодирования, вычислительная геометрия, нелинейная математика, фрактальная геометрия, если и преподаются, то только в рамках спецкурсов и факультативов.

Господствующая точка зрения, видимо, такова: в первую очередь необходимо обеспечить классическую математическую подготовку студентов, которая включает в себя следующие области:

1. геометрию:
  - a. аналитическую,
  - b. элементы теории аффинных и евклидовых пространств,

- c. построения на плоскости и преобразования плоскости,
- d. дифференциальную (не всегда),
- e. проективную (не всегда),
- f. основания геометрии,
- g. элементы топологии (не всегда);

2. алгебру:

- a. линейную,
- b. алгебраические системы,
- c. элементы теории чисел и теории числовых систем,
- d. полиномы, решение уравнений 1-й, 2-й, иногда 3-й степеней, систем уравнений и связанные с этим вопросы разрешимости;
- e. основы теории множеств,

3. математический анализ с элементами теорий функций действительного и комплексного переменного;

4. дифференциальные уравнения;

5. математическую логику, в курс которой из-за недостатка часов больше формально, чем фактически, включено введение в теорию алгоритмов, в результате чего последняя сводится к определению машины Тьюринга.

При изучении перечисленных курсов основное внимание традиционно уделяется теоретическим вопросам, что, безусловно, само по себе очень ценно. Но не менее важны в настоящее время проблемы, которые возникают, как только спросишь себя, как практически получить ответ на тот или иной вопрос:

- Как узнать, является ли число простым? Даже старинный метод решета Эратосфена оказывается не таким уж простым для реализации.

- Упомянутая задача триангуляции многоугольника, возникающая, например, при вычислении его площади, на первый взгляд представляется совершенно простой. С этим заблуждением большинство студентов институт и заканчивает.

- Во многих ли педагогических ВУЗах студенты рассматривают задачу распознавания общезначимости формул логики высказываний (да, логики высказываний), и,

что самое главное, определяют какова сложность этой задачи? А ведь это один из основных вопросов математической логики.

- Наконец, элементарный пример из арифметики. Многие ли студенты сознают, что стандартный метод деления целых чисел "столбиком" в действительности не вполне является алгоритмом из-за постоянно возникающей необходимости угадывать очередное неполное частное?

### **КАК ИЗУЧАЮТ ИНФОРМАТИКУ?**

Обучение информатике осуществляется само по себе. Студентов учат программированию (и часто очень неплохо, настолько неплохо, что для многих выпускников именно программирование становится рабочей специальностью) и пользовательской работе на компьютере, которую вообще-то несложно освоить и самостоятельно; и нередко после окончания математического факультета педагогического института девушки работают секретарями в офисах или, окончив курсы, – бухгалтерами, поскольку это сейчас намного выгоднее. Отдельные, далеко не главные вопросы математики используются как материал для развития навыков программирования. Стыковки математики и информатики практически не происходит. Иногда студенты в курсовых и дипломных проектах разрабатывают обучающие и демонстрационные программы по тем или иным вопросам математики. При этом львиная доля усилий неизбежно затрачивается на разработку интерфейса. Серьезные же синтетические математико-программные проекты встречаются только как исключения.

Возлагались надежды на профессиональные обучающие программы, создаваемые специализированными фирмами. Но беда, видимо, в том, что в таких фирмах есть опытные программисты, но мало квалифицированных математиков. Большинство программ до сих пор грешит ошибками в исходных установках программы, излагающие материал, и программы типа "получил вопрос – выбери ответ" теперь мало кого интересуют, разве что инспекторов ГАИ.

В последнее время ситуация с обучающими программами, похоже, изменилась<sup>2</sup>. Математики в фирмах откуда-то появились, "милицейских" программ стало меньше. Можно найти хорошо задуманные, прекрасно оформленные, снабженные современным интерфейсом программы, которые все чаще имеют демонстрационный или тренинговый характер. К

---

<sup>2</sup> Информацию о многих учебных программах можно найти в INTERNET, например, на сайте Ассоциации "Женщины в науке и образовании", которая ежегодно проводит конференции "Математика. Компьютер. Образование"

сожалению только, фирмы, заинтересованные в широком сбыте своих программ, никогда не возьмутся за вопросы, выходящие за пределы стандартного базового курса.

Мощные математические программные пакеты *Derive*, *MathCAD*, *MathLab*, *Mathematica*, *Maple*, используемые в научной работе, в образовании применяются редко и ограниченно из-за того, что они не ориентированы на обучение, требуют освоения своего специфического языка и предъявляют достаточно высокие требования к технике. Большинству стареющих преподавателей трудно привыкнуть к применению компьютера вообще, а про *MathCAD* и подумать страшно. В старении преподавателей, скрыты, пожалуй, причины еще очень многих бед образования; как хорошо было бы, если бы преподаватели не старели! Но они стареют, а почему – вы сами знаете.

В результате студенты – будущие учителя – так и изучают отдельно классическую математику, или науку о теоремах, дополненную разрозненными курсами прикладной математики, и информатику, науку о программах, не видя связей между ними. И не только связей, но так и не получив возможности познакомиться с новой математикой, которая сейчас неизмеримо расширилась и проникла едва ли не во все сферы человеческой деятельности. Как следствие, школьники по-прежнему учатся доказывать теорему Пифагора и сортировать массивы. Для них компьютер остается всего лишь усовершенствованным калькулятором или "ундервудом" нового поколения. Оттого так скучно бывает на уроках информатики, ведь каждый школьник прекрасно знает, что компьютер – это и мозг космического корабля, и игровой автомат, и отмычка к сейфу, и музыкальный центр. Но все это где-то вдали, словно в кино, в которое давно уже никто не ходит. А они сортируют массивы...

### **МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА: КАК ИХ СОЕДИНИТЬ?**

В любой науке изменения в образовании происходят с некоторым запаздыванием относительно темпов развития самой науки. Все это вполне естественно. Но рано или поздно наступает время "собирать камни". Можно сколько угодно критиковать существующее положение вещей, но пора подумать о том, как же все-таки соединить математику и компьютер.

Во-первых, нужно решить какую математику – докомпьютерную или современную, со сместившимся, так сказать, центром тяжести – и как компьютеризировать.

В сегодняшней программе педагогического образования в области классической математики имеется множество разделов, тем или, по крайней мере, вопросов, которые так и просят: "Включите компьютер!". Однако компьютеризация их изучения не должна сводиться

лишь к применению обучающих или контролирующих программ. Нужно изучать такие разделы, применяя компьютер постоянно, в той же степени, или даже больше, чем мел и доску. Хорошо бы процесс обучения организовать так, чтобы студенты сами или под руководством преподавателя составляли программы решения изучаемых задач или экспериментировали с готовыми программными средствами открытого типа.

Проблема снова упирается в то, что преподаватели математических курсов должны сами *свободно* владеть компьютером. Нужно готовить новых, компьютерно-образованных преподавателей и повышать квалификацию в области информатики тех, кто работает сейчас. В этом плане представляет определенный интерес даже такая крайняя мера, как введение своеобразного экзамена на "профпригодность" по владению компьютером, что, говорят, было сделано в некоторых ведущих московских институтах. Ведь если ждать, пока вырастут новые поколения, многое окажется упущенным. Если есть цель, нужно идти к ней, эта задача выпадает на долю вузов именно педагогического профиля.

Вторая задача – разобраться в том, какие из новых направлений современной математики необходимо знать учителю математики, чтобы он мог воспитать сегодняшнего школьника грамотным, культурным человеком завтрашнего дня. Круг задач, которые приходится решать уже сегодня, намного шире того, к которому готовят школа и педвузы. Что же говорить про наступающий XXI век? Отобрать то, что необходимо, – задача не одного года и не одного института. Скорее всего, окончательно решить ее даже невозможно, ибо жизнь постоянно будет вносить свои коррективы. Но необходимость перейти к новой стратегии математического образования назрела уже сейчас, поэтому откладывание со ссылкой на вечность проблемы неприемлемо. Шаг вперед должен быть сделан сегодня. Мы живем во время молниеносных изменений, завтра догонять будет еще труднее.

Безусловно, о проблеме содержания математического образования думают многие ученые и преподаватели. Данная работа возникла в результате бесед с преподавателями и студентами многих других университетов. Автор нисколько не претендует на решение столь глобальной проблемы и решился высказаться по этому поводу только ввиду ее чрезвычайной важности. Решить же эту проблему можно лишь совместными усилиями преподавателей различных вузов и крупнейших ученых. Здесь недостаточно принятия решений чиновниками министерств, может стать еще хуже. В этом направлении еще не накоплен достаточный опыт. Необходимо такой опыт приобретать и делиться им с другими. В докладе на конференции я приводил программу спецкурса под названием "Компьютер в математике", который читал на протяжении нескольких лет. Я считаю ненужным делать это в данной

статье, чтобы не подталкивать читателя, а наоборот, оставить ему свободу для принятия собственных решений.

Обнадеживает вывод, к которому я прихожу на занятиях: студенты сознают разобщенность математики и информатики в получаемом математическом образовании и хотят знать современную математику.