

ВИДЫ КРИВЫХ И ПОВЕРХНОСТЕЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В СОВРЕМЕННЫХ CAD СИСТЕМАХ

Аннотация. Описывается опыт использование CAD-систем для математического описания объемных поверхностей.

Ключевые слова: CAD, объемное построение, геометрия.

Дисциплины: машиностроение, информатика, математика.

CAD (Computer Aided Design) системы призваны облегчить и повысить качество и скорость работы инженерных работников различных отраслей машиностроения. Основным принципом большинства этих систем является виртуальное объемное построение геометрии проектируемого изделия (рис. 1).

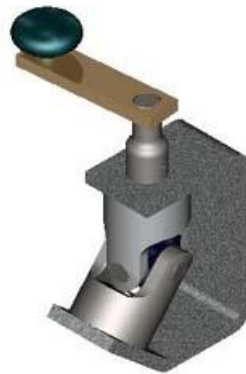


Рис. 1. Пример виртуальной сборочной конструкции

Осуществляется построение при помощи математического аппарата CAD системы. На сегодняшний день известны и имеют математическое описание различные способы представления поверхностей трехмерных объектов. Рассмотрим основные из них.

Первой рассмотрим поверхность канонического вида. Это поверхность, получаемая движением образующей линии по производной. Образующими и направляющими могут быть любые виды кривых. Этот способ построения поверхностей является самым

распространенным, т.к. имеет наиболее простое математическое представление, наименее требователен к производительности и объему памяти компьютера.

В-гер поверхности (Boundary representation) - граничное представление поверхностей. Является одним из наиболее распространенных в CAD системах способов представления поверхностей. Все поверхности, края и вершины присутствуют в В-гер модели явно. Модель в CAD системе, как правило, содержит указатели, определяющие связи между элементами ее образующими. Основным недостатком является большой объем занимаемой памяти. На данном принципе представления геометрии построены так называемые Solid (твердотельные) моделировщики [1]. Геометрические построения в них ведутся операциями добавления или вычитания объемов материала. Объемы, в свою очередь получают вытягиванием, вращением и т.д. сечений произвольной формы.

Это достаточно надежный и подходящий для 90% деталей способ. Реализована эта технология в большинстве современных моделировщиков. Не следует путать с "твердотельными" системами системы, геометрия которых основана на сеточных (канонических) поверхностях. Эти системы менее надежны для построения, геометрия формируется булевыми (вычитанием объемов) операциями. Как правило, эти системы имеют проблемы с построением радиусов в местах сопряжения нескольких граней.

Прежде, чем перейти к следующему семейству поверхностей, рассмотрим некоторые типы кривых, применяемых в CAD системах.

Spline - сплайн. Кривая, четвертая производная которой равна нулю. Широко распространенный формат представления данных. Кривизна контролируется разбросом контрольных точек. Для построения используются различные типы кубических кривых.

Bezier curve - кривая Безье. Гладкая кривая, состоящая из серий по четыре контрольные точки, которые в разной мере определяют ее направление. Совершенно необязательно условие прохождения кривой через все контрольные точки. Две точки определяют ее направление, а две другие являются конечными точками.

Уравнение сплайна в каноническом виде выглядит следующим образом.

$$\begin{cases} X(t) = a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + x_0 \\ Y(t) = a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + y_0 \end{cases} \quad (1)$$

где: t - переменная принимает значения от 0 (начало кривой) до 1 (конец кривой); $a_x, b_x, c_x, a_y, b_y, c_y$ - коэффициенты уравнения. Определяются из координат четырех точек,

которые определяют направление кривой;
 X_0, Y_0 - координаты начальной точки сплайна.

$$\begin{cases} a_x = x_3 - x_0 - b_x - c_x \\ b_x = 3(x_2 - x_1) - c_x \\ c_x = 3(x_1 - x_0) \\ a_y = y_3 - y_0 - b_y - c_y \\ b_y = 3(y_2 - y_1) - c_y \\ c_y = 3(y_1 - y_0) \end{cases} \quad (2)$$

где: X_3, Y_3 - координаты конечной точки сплайна;
 X_1, Y_1 - координаты первой управляющей точки сплайна;
 X_2, Y_2 - координаты второй управляющей точки сплайна.

B-spline (Bezier-spline) Один из основных способов, используемых в CAD системах для математического представления гладких кривых. Кривая формируется по отношению к 3D-полилинии (т.е. ломанной линии). B-spline всегда начинается от первой контрольной точки и заканчивается в последней, всегда касается этой полилинии в этих точках, хотя в целом не проходит через другие контрольные точки. Примером могут служить сплайны, используемые в системе Pro/ENGINEER (рис. 2). Как уже говорилось, полиномиальная кривая, задается набором определяющих точек и представляет уравнение порядка на одну степень меньше количества учитываемых точек. Кривые Безье записываются в памяти компьютера в виде математических формул, поэтому геометрия, полученная с помощью этих кривых, занимает малый объем памяти.

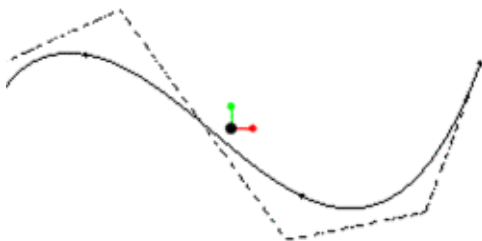


Рис. 2. Пример B-сплайна (система Pro/ENGINEER)

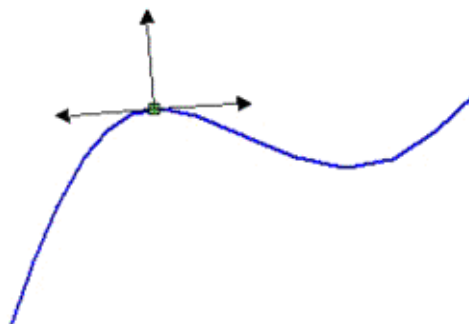


Рис. 3. Пример C-сплайна (система SolidWorks)

C-spline Сплайн, который образуется путем прохождения через все контрольные точки. Совпадение с контрольными точками более явное, чем у Bezier кривых, так как эти точки задаются непосредственно, а не через тангенциальные полилинии. Сплайны такого типа применяются при проектировании в системе SolidWorks (рис. 3).

NURBS - Non-Uniform Rational B-Spline(s) [1]. Неоднородный рациональный B-spline. Неоднородный - означает, что различные области объектов обладают различными свойствами, значения которых не равны между собой. Рациональный означает, что объект NURBS может быть описан при помощи математических формул. Отличительными характеристиками являются: формулировка, объединяющая параметрические кривые и поверхности, позволяющая единообразно представлять B-spline, кривые Безье, кривые и поверхности канонического вида (рис. 4).

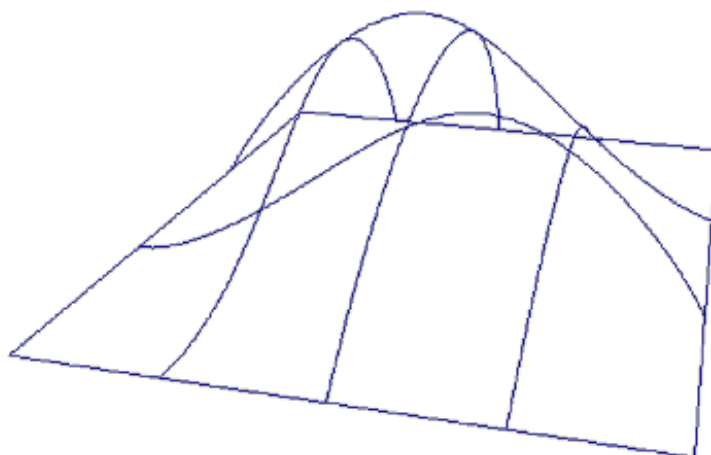


Рис. 4. Пример NURBS поверхности (дизайнерская система 3D Studio MAX)

Кривые, определяемые математикой NURBS, являются сплайнами. Контрольные точки сплайнов определяют кривизну геометрии поверхности. Каждая контрольная точка формирует поверхность только в ограниченной области. NURBS использует математические алгоритмы, которые позволяют виртуально задать любую поверхность или кривую как одно уравнение (кусочные полиномы).

Voxel (Volume elements) Воксельные поверхности [2]. Новый вид представления поверхностей, пока еще не получил достаточного развития в CAD системах. Voxel - это элемент объема, который относится к целому объему, как пиксель (точка) относится к плоскости (рис. 5).

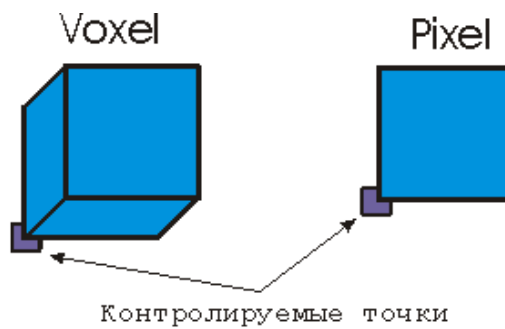


Рис. 5. Воксель и пиксель

Как и пиксели, воксели имеют фиксированную длину, ширину, и свой собственный параметр - глубину. Положение в пространстве задается координатой угловой точки.

Наиболее вероятное применение этого типа представлений в геодезических программах, которые имеют дело с поверхностями больших размеров, которые плохо поддаются математическому описанию.

В машиностроении могут получить распространение поверхности, основанные на воксельном представлении, которые были предложены Вяткиным С.И. и Aizu-Wakamatsu. Этот способ позволяет скалярные массивы, аналитически заданные объекты и их произвольную комбинацию. Для получения конечного изображения сцены в системе используется специальный алгоритм растривания, осуществляющий сканирование при многоуровневом подделении пространства с маскированием, что приводит к значительному сокращению вычислений по сравнению с тем, если бы напрямую использовался алгоритм объёмного сканирования. Таким образом, задача конструирования объекта сводится к задаче деформации поверхности квадрата нужным образом, а не к аппроксимации его примитивами (полигонами или патчами, представленными B-сплайновыми поверхностями).

Сцена на рис. 6, описанная шестью свободными формами с аналитическими функциями возмущения (всего 42 функции), требует в 500 раз меньше информации по сравнению с заданием ее полигонами. Подробнее об этом методе можно прочитать [2].



Рис.6. Пример модели, основанной на технологии трехмерных массивах вокселей

Подводя итог, хотелось бы отметить, что при выборе САД системы на предприятии, следует оценивать сложность задач, которые предполагается решать. Если геометрия изделий, не требует применения сложных поверхностей, то хорошим выбором могут стать такие системы, как SolidWorks, Pro/DESKTOP. Если предполагаются сложные формы изделий, при отсутствии "простых" деталей, то можно ориентироваться на продукты: Pro/CDRS, Power Shape. Для деталей широкого спектра: от втулок, до аэродинамических поверхностей следует выбирать среди сложных пакетов: Euclid, CATIA, Pro/ENGINEER, Unigraphics.

Литература

1. Нетрадиционные технологии моделирования /"CAD/CAM/CAE Observer", 1(2), 2001.
2. Вяткин С.И. Синтез виртуальной среды с применением аналитических и скалярных функций возмущения и трехмерных массивов вокселей/ Aizu-Wakamatsu, www.ixbt.com.